Luxemburg und das Realisierungsproblem

Dem Wert auf der Spur

Lektürekurs zum zweiten Band des *Kapitals*

Termin: Montags 19:30 - 21:30 Uhr
Ort: Rosa-Luxemburg-Stiftung, Franz-Mehring Platz 1, Raum 739
Textgrundlage: Marx-Engels-Werke (MEW), Band 24 („blaue Bände“)
www.das-kapital-lesen.de | wertspur2@yahoogroups.de | Ingo Stützle (stuetzle@so36.net)

Im Folgenden soll auf das Argument eines notwendigerweise immer wieder auftretenden "Konsumtionsrestes", der nicht realisiert werden kann, eingegangen werden. Umformungen werden ausführlicher als üblich dargestellt, um Leseschwierigkeiten zu vermeiden.

Wir haben das folgende Reproduktionsschema:

I.	$c_1 + v_1 + m_1 = W_1$
II.	$c_2 + v_2 + m_2 = W_2$
Ges.:	$c + v + m = W$

Wenn wir erweiterte Reproduktion annehmen, so teilt sich der Mehrwert in die Konsumtion der Kapitalisten (k) sowie in die Investitionen in neues fixes und variables Kapital:

I.	$c_1 + v_1 + \Delta c_1 + \Delta v_1 + k_1 = W_1$
II.	$c_2 + v_2 + \Delta c_2 + \Delta v_2 + k_2 = W_2$
Ges.:	$c + v + \Delta c + \Delta v + k = W$

Wir nennen q die Wertzusammensetzung in den beiden Abteilungen, wobei unterschiedliche Wertzusammensetzungen angenommen werden: $q_i = c_i / v_i \quad i = 1,2$
Wir nehmen eine gleiche Mehrwertrate $e = m_i / v_i$ in beiden Abteilungen an.
Zudem werden wir im Folgenden annehmen, dass die Wertzusammensetzung konstant bleibt, daß also u.a. die technologischen Produktionsbedingungen gleich bleiben. Um dies zu gewährleisten, werden c und v mit der gleichen Wachstumsrate zunehmen: $(\Delta c_i/c_i) = (\Delta v_i/v_i) = \Delta C_i/C_i$
[C ist das Gesamtkapital.]

Der gleichgewichtige Austausch der beiden Abteilungen ist (unabhängig davon, von welcher Seite wir dies betrachten):

Angebot Nachfrage

$$c_1 + v_1 + \Delta c_1 + \Delta v_1 + k_1 = c_1 + \Delta c_1 + c_2 + \Delta c_2$$
$$v_1 + \Delta v_1 + k_1 = c_2 + \Delta c_2$$

.
$$c_2 + v_2 + \Delta c_2 + \Delta v_2 + k_2 = v_1 + \Delta v_1 + k_1 + v_2 + \Delta v_2 + k_2$$
$$c_2 + \Delta c_2 = v_1 + \Delta v_1 + k_1$$

(Wir nehmen übrigens an, dass die Konsumtionsmittel einer Periode mit den Löhnen der gleichen Periode bezahlt werden. Die Annahme eines time-lags würde wahrscheinlich die Sache etwas komplizieren, ohne für unsere Frage neue Einsichten zu bringen.)

Für die Diskussion ist eine Begriffsbestimmung nötig: Der Unterschied zwischen der Akkumulations*rate* und der Akkumulations*quote*. **Akkumulationsrate** bezeichnet normalerweise das **Verhältnis von neu investiertem Kapital zum Gesamtkapital**. Die **Aufteilung des Mehrwerts bzw. des Profits auf Konsum und Investitionen** ist die **Akkumulationsquote**. Es wird sich nun zeigen, daß tatsächlich in beiden Abteilungen unterschiedliche Akkumulations*quoten* existieren müssen, um ein gleichgewichtiges Wachstum zu ermöglichen. Allerdings gibt es keine Begründung dafür, warum dies eine „unmögliche Voraussetzung“ sein sollte. Zudem ermöglichen diese unterschiedlichen Akkumulationsquoten gerade ein Wachstum bei *gleicher* Akkumulations*rate*. Auch die Annahme einer gleichen Akkumulationsrate in beiden Abteilungen ist keineswegs eine allgemeine Bedingung gleichgewichtigen Wachstums, sondern ein Spezialfall.

Gehen wir Schritt für Schritt vor:

1. Ist die Gleichheit der Akkumulationsraten eine notwendige Bedingung oder Charakteristik des Reproduktionsprozesses?

- Man kann zeigen, daß die gleichgewichtige Reproduktion ein ganz bestimmtes Verhältnis zwischen den Akkumulationsraten der beiden Abteilungen voraussetzt, nämlich:

$$g_2 \quad = h/q_2(1 + e - g_1*q_1 - q_2/h) \qquad \text{mit } h = v_1/v_2$$

Die Ableitung ist im Appendix 1 enthalten. Gleichgewicht bedeutet dabei, daß alles, was produziert wurde, auch abgesetzt werden kann.

- Es gibt unendlich viele Möglichkeiten der Lösung dieser Gleichung, in einem bestimmten Fall ist die Gleichheit der Akkumulationsraten gewährleistet:

$$g_1 = g_2 = [h(1 + e) - q_2] / (q_2 + h*q_1)$$

Ableitung im Appendix 1. Die Gleichheit der Akkumulationsraten ist also nicht notwendig, sie ist aber möglich. Es sollte hervorgehoben werden, dass der Spezialfall gleicher Akkumulationsraten der einzige Fall ist, der Wachstum mit einer *konstanten* Akkumulationsrate erlaubt. Das erkennt man in der ersten Formel daran, dass nur im Falle gleicher Akkumulationsraten angesichts der gemachten Voraussetzung konstanter Wertzusammensetzungen das Verhältnis von v_1 zu v_2 (also h) konstant bleibt. Im Falle ungleicher Akkumulationsraten ist ein gleichgewichtiges Wachstum auch möglich, allerdings müssen sich die Akkumulationsraten dauernd verändern und anpassen.

2. Nehmen wir gleiche Akkumulationsraten an – kommt es dann zu einem unabsetzbaren „Konsumtionsrest“?

- Nein, man kann zeigen, dass der Spezialfall gleicher Akkumulationsraten ungleiche Akkumulationsquoten voraussetzt. Wird ein bestimmtes Verhältnis zwischen diesen Akkumulationsquoten eingehalten, so gibt es keine Realisierungsprobleme. Dieses notwendige Verhältnis der Akkumulationsquoten ist:

$$a_2/a_1 = (1 + q_2) / (1 + q_1) \qquad \text{mit } a = \text{Akkumulationsquote, } q = \text{Wertzusammensetzung}$$

Siehe Appendix 2.

3. Darstellung am marxschen Beispiel:

- Nehmen wir das Beispiel MEW 24, S.505:

I. 4000c + 1000v + 1000m = 6000

II. 1500c + 750v + 750m = 3000

Wir haben:

- Mehrwertrate: $e = 1.0$
- Wertzusammensetzungen: $q_1 = 4.0$, $q_2 = 2.0$
- Verhältnis v_1/v_2: $h = 4/3 \approx 1.333$

- Für dieses System gibt es unendlich viele gleichgewichtige Kombinationen der Akkumulationsraten, nämlich:

$$g_2 = (h/q_2)(1 + e - g_1 {*} q_1 - q_2/h)$$
$$= (2/3)(1+1-g1{*}4-2{*}3/4)$$
$$= {}^1/_3 - {}^8/_3 g_1$$

- Sollen beide Abteilungen mit der gleichen Akkumulationsrate wachsen, so muss diese Rate sein:

$$g_1 = g_2 = [h(1 + e) - q_2] / (q_2 + h{*}q_1)$$
$$\approx 0{,}0909$$

In der ersten Periode wäre also:

$\Delta c_1 = 363{,}64$

$\Delta v_1 = 90{,}91$

$k_1 = 545{,}45$

$\Delta c_2 = 136{,}36$

$\Delta v_2 = 68{,}18$

$k_2 = 545{,}45$

Die Akkumulationsquote der Abteilung I wäre in diesem Fall 45,45%, der Abteilung II 27,27%. Man kann leicht feststellen, dass diese Akkumulationsquoten die oben genannte Gleichgewichtsbedingung erfüllen.

Mit diesen Werten wäre ein Wachstum mit einer konstanten Akkumulationsrate möglich.

- Marx geht nun anders vor. Er weiß, dass es keine Notwendigkeit gibt, dass die Akkumulationsraten und Akkumulationsquoten gleich sein müssen, und er spart sich die Entwicklung der formalen Beziehungen. In seinem Beispiel nimmt er einfach die Akkumulationsquote der Abteilung I mit

$a_1 = 0.5$

als gegeben an. Daraus ergibt sich eine Akkumulationsrate der Abteilung I von:

$g_1 = 0.1$

Mit unserer Formel über die notwendigen Beziehungen zwischen den Akkumulationsraten können wir feststellen, dass die Akkumulationsrate der Abteilung II dementsprechend:

$g_2 = {}^1/_3 - {}^8/_3 g_1 \approx 0.0667$

sein muss. Tatsächlich kann man überprüfen, dass Marx ohne die Formeln aufzustellen für die Konstruktion seines Beispiels gezwungen war, die entsprechenden Werte zu finden:
$\Delta c_2 = 100$ und $\Delta v_2 = 50$, also $\Delta C = 150$, was einer Akkumulationsrate von $g_2 = \Delta C/C = 150/2250 = 0.0667$ entspricht.

Das System kann gleichgewichtig akkumulieren, allerdings müssen sich bei jedem Schritt die Akkumulationsraten dem veränderten Verhältnis von v_1 zu v_2 (also h) anpassen.

Im zweiten Schritt bedeutet dies:

I. 4400c + 1100v + 1100m = 6600
II. 1600c + 800v + 800m = 3200

Wir haben:

- Mehrwertrate: $e = 1.0$
- Wertzusammensetzungen: $q_1 = 4.0$, $q_2 = 2.0$
- Verhältnis v_1/v_2: $h = 1.375$

Aufgrund unterschiedlicher Akkumulationsraten ist h leicht gestiegen. Es ist also nun eine Anpassung der Akkumulationsraten an die neue Situation notwendig. Marx nimmt weiterhin an, daß $a_1 = 0.5$, g_1 ist also auch weiterhin $g_1 = 0.1$.
Es ergibt sich aber ein neuer Wert für g_2: $g_2 = (h/q_2)(1 + e - g_1 * q_1 - q_2/h)$
$= 0.375 - 2.75g_1$

Bei $g_1 = 0.1$ muss $g_2 = 0.1$. Es ist nun eine Situation mit gleichen Akkumulationsraten in beiden Abteilungen erreicht, d.h. die Akkumulation wird nun mit konstanter Rate von 0.1 weitergehen. Die Akkumulationsquoten sind $a_1 = 0.5$ und $a_2 = 0.3$.
Die hier benannten Anpassungen sind dabei natürlich Anpassungen an die formellen Gleichgewichtsbedingungen, sie sind noch nicht das Ergebnis einer Modellierung der Reaktionen der Kapitalisten auf die Entwicklung. Inwieweit sich das System also an das Akkumulationsgleichgewicht wirklich anpassen könnte, kann auf dieser Ebene nicht beantwortet werden.

Zusammenfassung und darüber hinaus:
Nur vor dem Hintergrund (a) Akkumulationsquote und Akkumulationsrate nicht auseinander zu halten und (b) ohne jede Begründung davon auszugehen, dass im Kapitalismus die Akkumulationsraten, aber insbesondere die Akkumulationsquoten gleich sein müssten ergibt sich der unabsetzbare „Konsumtionsrest“. Auch konstatieren nach der formalen Herleitung der Möglichkeit gleichgewichtiger Reproduktion: "Die Diskussion der Gleichgewichtsbedingungen erweiterter Reproduktion führt auch unter der Einbeziehung variabler organischer Zusammensetzung und Mehrwertrate zu dem Ergebnis, dass auf der Ebene der Konstruktion von Reproduktionsschemata kein Aussage darüber möglich ist, ob zwangsläufig Lücken in der Gesamtnachfrage auftauchen." (Bader et al. 1975: 311)
Die eigentlich spannende Frage ist jene nach den sozialen Mechanismen, die die Erfüllung der oben analysierten Gleichgewichtsbedingungen gewährleisten. Die Reproduktionsschemata bestimmen ja nur formale Kriterien. Hier könnte das Konzept der Durchschnittsprofitrate (dritter Band des *Kapital*) als ein Mechanismus dienen, der eine Harmonisierung der Akkumulationsquoten und Akkumulationsraten in Richtung eines gleichgewichtigen Wachstums bewirken könnte. Im Gegensatz zu den Akkumulationsquoten ist die Gleichheit der Profitraten im Durchschnitt tatsächlich ein Kernelement der Funktionsweise kapitalistischer Gesellschaften. Man müßte die Reproduktionsschemata in ein Produktionspreissystem umschreiben – so groß wäre der Aufwand dafür gar nicht. Man würde dann wahrscheinlich feststellen, daß sich die Gleichgewichtsbedingungen etwas komplizieren, dass der Ausgleich der Profitraten aber nun als Bestimmungsfaktor der Akkumulationsraten dienen kann. Genügt eine Akkumulationsrate (d.h. auch Akkumulationsquote) nicht den Gleichgewichtskriterien, so wird dies Realisierungsprobleme und einen Fall der Profitrate in betroffenen Abteilungen zu Folge haben. Als Reaktion werden die Akkumulationsentscheidungen revidiert werden. Je nachdem, wie man die Reaktionsparameter gestaltet, kann dann z.B. ein zyklischer Mechanismus, eine mehr oder weniger schnelle Anpassung, und unter Extrembedingungen vielleicht ein kumulativer Abschwung herauskommen.

Bader, Veit-Michael/ Berger, Johannes/ Ganßmann, Heiner/ Hagelstange, Thomas/ Hoffmann, Burkhard/ Krätke, Michael/ Krais, Beate/ Kürschner, Lor/ Strehl, Rüdiger (1975): *Krise und Kapitalismus bei Marx (2 Bde.)*, Frankfurt/M

Appendix I:

Aus der Gleichgewichtsbedingung können wir die notwendigen Relationen zwischen den Akkumulationsraten ableiten.
Wir setzen: $h=v_1/v_2$; $q_i = c_i/v_i$.

$$c_2 + \Delta c_2 = v_1 + \Delta v_1 + k_1$$
$$c_2 + g_2*c_2 = v_1 + g_1*v_1 + k_1$$
$$c_2(1 + g_2) = v_1 + g_1*v_1 + k_1$$
$$c_2(1 + g_2) = v_1 + g_1*v_1 + (1 - \Delta c_1/m_1 - \Delta v_1/m_1)e*v_1$$
$$(1 + g_2) = v_1/c_2 + g_1*v_1/c_2 + (1 - \Delta c_1/m_1 - \Delta v_1/m_1)e*v_1/c_2$$
$$(1 + g_2) = v_1/c_2 + g_1*v_1/c_2 + (1 - g_1*c_1/m_1 - g_1*v_1/m_1)e*v_1/c_2$$
$$(1 + g_2) = v_1/c_2 + g_1*v_1/c_2 + (1 - g_1*q_1/e - g_1/e)e*v_1/c_2$$
$$g_2 = h/q_2 + g_1*h/q_2 + e*h/q_2 - g_1*q_1*h/q_2 - g_1*h/q_2 - 1$$
$$g_2 = h/q_2 + e*h/q_2 - g_1*q_1*h/q_2 - 1$$
$$g_2 = (h/q_2)(1 + e - g_1*q_1 - q_2/h)$$

Es gibt unendlich viele mögliche Kombinationen zwischen den Akkumulationsraten. In jeder Konstellation von v_1/v_2, Wertzusammensetzung und Mehrwertrate gibt es eine bestimmte Lösung für die Anforderung, dass beide Akkumulationsraten gleich sein sollen.
Nehmen wir nun an $g_1 = g_2$:

$$g_1 = h/q_2 + e*h/q_2 - g_1*q_1*h/q_2 - 1$$
$$g_1 + g_1*q_1*h/q_2 = h/q_2 + e*h/q_2 - 1$$
$$g_1(1 + h*q_1/q_2) = h/q_2 + e*h/q_2 - q_2/q_2$$
$$g_1 = h/[q_2(1 + h*q_1/q_2)] + e*h/[q_2(1 + h*q_1/q_2)] - q_2/[q_2(1 + h*q1/q2)]$$
$$g_1 = h/[q_2(1 + h*q_1/q_2)] + e*h/[q_2(1 + h*q_1/q_2)] - q_2/[q_2(1 + h*q1/q2)]$$
$$g_1 = [h(1 + e) - q_2] / (q_2 + h*q_1)$$

Appendix II:

Es stellt sich die Frage, wie die Akkumulationsquoten beschaffen sein müssen, damit gleiche Akkumulationsraten gewährleistet sind.
Nennen wir a die Akkumulationsquote, d.h. den Anteil der Investitionen am Mehrwert:

$a_i = (\Delta c_i + \Delta v_i) / m_i$, d.h.: $(\Delta c_i + \Delta v_i) = a_i * m_i$

Nennen wir b den Anteil der Investitionen in variables Kapital an den Gesamtinvestitionen:

$b_i = \Delta v_i / (\Delta c_i + \Delta v_i)$, d.h.: $\Delta v_i = b_i * (\Delta c_i + \Delta v_i)$

Aus dem letzten kann man den Anteil der Investitionen in konstantes Kapital an den Gesamtinvestitionen entwickeln $(1-b_i)$ und dann nach Δc umformen: $\Delta c_i = (1-b_i) (\Delta c_i + \Delta v_i)$
Soweit nur rein formelle Vorbereitungen, die es aber gleich erlauben werden, der Frage von Wachstumsbedingungen näher zu kommen. Wir formen erst einmal weiter um und setzen ein. Die Wachstumsrate des variablen Kapitals ist:

$g_{vi} = \Delta v_i / v_i$ | Einsetzen
$= [b_i * (\Delta c_i + \Delta v_i)] / v_i$ | Einsetzen
$= [b_i * a_i * m_i] / v_i$ | Erinnerung: $m/v = e$
$= b_i*a_i*e$

Die Wachstumsrate des konstanten Kapitals ist:

$g_{ci} = \Delta c_i / c_i$ | Einsetzen
$= [(1-b_i)(\Delta c_i + \Delta v_i)] / c_i$ | Einsetzen
$= [(1-b_i)*a_i*m_i] / c_i$ | $* (v_i/v_i)$
$= [(1-b_i)*a_i*(m_i/v_i)] / (c_i/v_i)$ | Vereinfachen
$= (1-b_i)*a_i*e/q_i$

Aufgrund unserer Annahme konstanter Produktionsbedingungen muß $g_{vi} = g_{ci}$ sein:

$$
\begin{aligned}
b_i*a_i*e &= (1-b_i)*a_i*e/q_i & \\
b_i &= (1-b_i) / q_i & | * q_i / b_i \\
q_i &= 1/b_i - 1 & | +1 \\
1 + q_i &= 1/b_i & | * b_i / (1 + q_i) \\
b_i &= 1 / (1 + q_i) &
\end{aligned}
$$

Nun kommt der erste Schritt, der über rein formale Entwicklung hinausgeht. Wir suchen nach der Gleichgewichtsbedingung, die ein Wachstum mit *gleichen Akkumulationsraten* ermöglicht.

Gesucht: $g_1 = g_2$,

also auch $g_{v1} = g_{v2}$ $\rightarrow$ $b_1*a_1*e = b_2*a_2*e$

$b_1/b_2 = a_2/a_1$

Wenn wir unser Ergebnis für b_i einsetzen, erhalten wir für b_1/b_2:

$$b_1/b_2 = (1 + q_2) / (1 + q_1)$$

Wegen $b_1/b_2 = a_2/a_1$ haben wir also:

$$a_2/a_1 = (1 + q_2) / (1 + q_1)$$